

**Travaux Dirigés N° 2 de la matière « Ondes et Propagation »**  
**Solution de l'exercice 2**  
**(Ne rentre pas dans le Contrôle)**

**EXERCICE-2**

Soit un milieu dont  $\sigma=0$ ,  $\mu_r=2$  et  $\epsilon_r=2$ . Dans ce milieu se propage suivant +OZ une onde électromagnétique de fréquence  $f=4\text{MHz}$ . Le vecteur  $\vec{H}$  polarisé suivant x pour  $t=0$  et au plan  $z=0$  atteint la valeur de 2 mA/m. Calculer le vecteur  $\vec{H}(z, t)$ , le vecteur  $\vec{E}(z, t)$  ainsi que le vecteur Poynting.

**Solution**

D'après les données de l'exercice :  $\vec{H}(z, t) = 2.10^{-3} e^{j(\omega t - \beta \cdot z)} \vec{i} = H_x \vec{i}$

La fréquence angulaire :  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  soit  $\omega = 8 \cdot \pi \cdot 10^6$  rad/s

La constante de propagation :  $k = \beta = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$  soit  $\beta = \frac{16 \cdot \pi}{3} 10^{-2}$  rad / m

$$\text{Rot } \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \epsilon \frac{d(Ex \vec{i} + Ey \vec{j} + Ez \vec{k})}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \epsilon \frac{dEx}{dt} \Rightarrow Ex = 0 \\ + \frac{\partial H_x}{\partial z} = \epsilon \frac{dEy}{dt} \Rightarrow Ey = \frac{1}{\epsilon} \int \frac{\partial H_x}{\partial z} dt \\ 0 = \epsilon \frac{dEz}{dt} \Rightarrow Ez = 0 \end{cases}$$

Après intégration :  $Ey = \frac{1}{\epsilon} \int \frac{\partial H_x}{\partial z} dt \Rightarrow Ey = -\frac{2 \cdot 10^{-3} \beta}{\epsilon \cdot \omega} e^{j(\omega t - \beta \cdot z)}$  Donc  $E(z, t) = Ey \cdot \vec{j}$

$$\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}^* = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & Ey & 0 \\ H_x^* & 0 & 0 \end{vmatrix} = -(Ey \cdot H_x^*) \vec{k}$$

### EX-3

En utilisant le principe de la conservation de la composante tangentielle lors du passage de l'onde d'un milieu à autre, il vient :

$$\text{Etg(incident)} + \text{Etg(réfléchie)} = \text{Etg(transmis)} \Leftrightarrow E_{io} + E_{ro} = E_{to}$$

$$\text{Htg(incident)} + \text{Htg(réfléchie)} = \text{Htg(transmis)} \Leftrightarrow H_{io} \cdot \cos(\theta_i) + H_{ro} \cdot \cos(\theta_r) = H_{to} \cdot \cos(\theta_t)$$

$$\text{Avec : } Z_i = Z_r = \frac{E_{io}}{H_{io}} = -\frac{E_{ro}}{H_{ro}} \text{ et } Z_t = \frac{E_{to}}{H_{to}}$$

$$\text{Alors : } \begin{cases} \text{Le coefficient de réflexion } \Gamma = \frac{E_{ro}}{E_{io}} = \frac{Z_t \cdot \cos \theta_i - Z_i \cos \theta_t}{Z_t \cdot \cos \theta_i + Z_i \cos \theta_t} \\ \text{Le coefficient de transmission } \Gamma = \frac{E_{to}}{E_{io}} = \frac{2 \cdot Z_t \cdot \cos \theta_i}{Z_t \cdot \cos \theta_i + Z_i \cos \theta_t} \end{cases}$$

### Démonstration :

$$Z_i \cdot H_{ro} + Z_t \cdot H_{to} = Z_i \cdot H_{io}$$

$$-H_{ro} \cdot \cos \theta_i + H_{to} \cdot \cos \theta_t = H_{io} \cdot \cos \theta_i$$

$$\text{Alors } H_{ro}/H_{io} = -E_{ro}/E_{io} = [Z_i \cdot \cos \theta_t - Z_t \cdot \cos \theta_i] / [Z_i \cdot \cos \theta_t + Z_t \cdot \cos \theta_i]$$

$$\begin{aligned} \text{Et } H_{to}/H_{io} = E_{to}/E_{io} &= [Z_t \cdot \cos \theta_i + Z_t \cos \theta_i] / [Z_i \cdot \cos \theta_t + Z_t \cdot \cos \theta_i] \\ &= [2 \cdot Z_t \cdot \cos \theta_i] / [Z_i \cdot \cos \theta_t + Z_t \cdot \cos \theta_i] \end{aligned}$$

### EX-4

- Polarisation rectiligne :  $P = E^2/Z_0 = (6)^2/120 \cdot \pi \text{ (w/m}^2\text{)}$

- Polarisation Circulaire :  $P = 2 \cdot E^2/Z_0 = 2 \cdot (6)^2/120 \cdot \pi \text{ (w/m}^2\text{)}$