

Travaux Dirigés N° 2 de la matière « Ondes et Propagation »

EXERCICE-1 :

Dans un milieu sans charges, la valeur du vecteur champ électrique diminue. On supposera que le champ électrique peut avoir la forme suivante :

$$\vec{E} = 2.e^{-0.1t} \vec{e}_x$$

En supposant que $\mu=\mu_0$ et $\varepsilon=\varepsilon_0$, trouver la valeur de σ .

EXERCICE-2

Soit un milieu dont $\sigma=0$, $\mu_r=2$ et $\varepsilon_r=2$. Dans ce milieu se propage suivant +OZ une onde électromagnétique de fréquence $f=4\text{MHz}$. Le vecteur \vec{H} polarisé suivant x pour $t=0$ et au plan $z=0$ atteint la valeur de 2 mA/m. Calculer le vecteur $\vec{H}(z, t)$, le vecteur $\vec{E}(z, t)$ ainsi que le vecteur Poynting.

EXERCICE-3

Pour une onde polarisée dans le plan d'incidence (cas où le champ magnétique est contenu dans le plan d'incidence). Trouver les expressions des coefficients de réflexion et de transmission en fonction des impédances des milieux et des angles de réflexion et de transmission.

EXERCICE-4 :

Une onde électromagnétique plane se propage dans le vide. Sachant que l'intensité maximale du champ électrique est $E_0=6$ (V/m). Calculer la densité de puissance dans les cas suivants :

- Polarisation rectiligne
- Polarisation Circulaire

Solution

EX-1 :

Dans un milieu sans charges, l'équation d'onde s'écrit :

$$\underbrace{\Delta \vec{E}}_0 - \varepsilon \mu \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} - \mu \sigma \frac{d\vec{E}}{dt} = 0 \Rightarrow -\varepsilon_0 \mu_0 \cdot 0.01 \cdot \vec{E} - \mu_0 \sigma (-0.1) \vec{E} = 0 \Rightarrow \sigma = 0.1 \cdot \varepsilon_0 \text{ soit } \sigma = 8,854 \cdot 10^{-13} \text{ } \Omega^{-1} / \text{m}$$

EX-2

D'après les données de l'exercice : $\vec{H}(z, t) = 2 \cdot 10^{-3} e^{j(\omega t - \beta z)} \vec{i} = H_x \cdot \vec{i}$

La fréquence angulaire : $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ soit $\omega = 8 \cdot \pi \cdot 10^6$ rad/s

La constante de propagation : $\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ soit $\beta = \frac{16 \cdot \pi}{3} 10^{-2}$ rad/m

$$\text{Rot } \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \varepsilon \frac{d(Ex \cdot \vec{i} + Ey \cdot \vec{j} + Ez \cdot \vec{k})}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \varepsilon \frac{dEx}{dt} \Rightarrow Ex = 0 \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = \varepsilon \frac{dEy}{dt} \Rightarrow Ey = \frac{1}{\varepsilon} \int \frac{\partial H_x}{\partial z} dt \\ 0 = \varepsilon \frac{dEz}{dt} \Rightarrow Ez = 0 \end{cases}$$

Après intégration : $Ey = \frac{1}{\varepsilon} \int \frac{\partial H_x}{\partial z} dt \Rightarrow Ey = -\frac{2 \cdot 10^{-3} \beta}{\varepsilon \cdot \omega} e^{j(\omega t - \beta z)}$ Donc $E(z, t) = Ey \cdot \vec{j}$

$$\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}^* = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & Ez & 0 \\ H_x^* & 0 & 0 \end{vmatrix} = -(Ez \cdot H_x^*) \vec{k}$$

EX-3

En utilisant le principe de la conservation de la composante tangentielle lors du passage de l'onde d'un milieu à autre, il vient :

$$E_{tg}(\text{incident}) + E_{tg}(\text{réfléchie}) = E_{tg}(\text{transmis}) \Leftrightarrow E_{io} + E_{ro} = E_{to}$$

$$H_{tg}(\text{incident}) + H_{tg}(\text{réfléchie}) = H_{tg}(\text{transmis}) \Leftrightarrow H_{io} \cdot \cos(\theta_i) + H_{ro} \cdot \cos(\theta_r) = H_{to} \cdot \cos(\theta_t)$$

$$\text{Avec : } Z_i = Z_r = \frac{E_{io}}{H_{io}} = -\frac{E_{ro}}{H_{ro}} \text{ et } Z_t = \frac{E_{to}}{H_{to}}$$

$$\text{Alors : } \begin{cases} \text{Le coefficient de réflexion } \Gamma = \frac{E_{ro}}{E_{io}} = \frac{Z_t \cdot \cos \theta_i - Z_i \cdot \cos \theta_t}{Z_t \cdot \cos \theta_i + Z_i \cdot \cos \theta_t} \\ \text{Le coefficient de transmission } T = \frac{E_{to}}{E_{io}} = \frac{2 \cdot Z_t \cdot \cos \theta_i}{Z_t \cdot \cos \theta_i + Z_i \cdot \cos \theta_t} \end{cases}$$

Démonstration :

$$Z_i.H_{ro} + Z_t.H_{to} = Z_i.H_{io}$$

$$-H_{ro}.\cos\theta_i + H_{to}.\cos\theta_t = H_{io}.\cos\theta_i$$

$$\text{Alors } H_{ro}/H_{io} = -E_{ro}/E_{io} = [Z_i.\cos\theta_t - Z_t.\cos\theta_i] / [Z_i.\cos\theta_t + Z_t.\cos\theta_i]$$

$$\begin{aligned} \text{Et } H_{to}/H_{io} = E_{to}/E_{io} &= [Z_t.\cos\theta_i + Z_t.\cos\theta_i] / [Z_i.\cos\theta_t + Z_t.\cos\theta_i] \\ &= [2.Z_t.\cos\theta_i] / [Z_i.\cos\theta_t + Z_t.\cos\theta_i] \end{aligned}$$

EX-4

- Polarisation rectiligne : $P = E^2/Z_0 = (6)^2/120.\pi \text{ (w/m}^2\text{)}$

- Polarisation Circulaire : $P = 2.E^2/Z_0 = 2.(6)^2/120.\pi \text{ (w/m}^2\text{)}$