UNIVERSITE BATNA 2
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE
LICENCE EN TELECOMMUNICATIONS

Batna, le 24/01/2021

Travaux Dirigés N° 1 de la matière « Ondes et Propagation»
Solution de l'exercice 1

EXERCICE-1 :

Une onde électromagnétique plane se propage dans un milieu diélectrique parfait (ρ=0) et (σ=0) dans la direction de propagation + Oz. En utilisant les équations de Maxwell, montrer que :

1/- Le champ électrique et magnétique sont perpendiculaires.

2/- Le champ électrique et magnétique appartiennent au plan d'onde.

3/- Le vecteur $P=E\wedge H$, a une seule composante dans la direction de propagation.

Solution

EX 1 :

1/- Le champ électrique et magnétique sont perpendiculaires :
- D'abord, il faut que : E.H=|E|.|H|.Cos(E^H)=0 ? Angle E-H=90° c-à-d : E perpendiculaire à H ?
Il faut montrer donc, que le produit scalaire entre le champ électrique E et le champ magnétique H est nul.

$$\vec{E}.\vec{H} == |\vec{E}|.|\vec{H}|.\mathrm{Cos}(E\wedge H) = Ex.Hx + Ey.Hy + Ez.Hz = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{H}$$

- Pour cela, nous allons utiliser les équations de Maxwell.
On commence par l'équation (1) de Maxwell-Faraday :

$$Rot\vec{E} = -\mu\frac{d\vec{H}}{dt} \Leftrightarrow \nabla\Lambda\vec{E} = -\mu\frac{d\vec{H}}{dt} \text{ c-à-d}: \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ Ex & Ey & Ez \end{vmatrix} = -\mu\frac{d\left(Hx.\vec{i} + Hy.\vec{j} + Hz.\vec{k}\right)}{dt}$$

Puis l'équation (2) de Maxwell-Gauss dans le cas d'un milieu sans charges (ρ=0, σ=0):

$$\mathrm{Div}\vec{E} = 0 \Leftrightarrow \nabla.\vec{E} = 0 \text{ c-à-d}: \frac{\partial Ex}{\partial x} + \frac{\partial Ey}{\partial y} + \frac{\partial Ez}{\partial z} = 0$$

$\frac{\partial Ex}{\partial x} = 0$ (le champ électrique ne dépend que de z, donc la dérivé de Ex par rapport à x sera nulle)

$\frac{\partial Ey}{\partial y} = 0$(le champ électrique ne dépend que de z, , donc la dérivé de Ey par rapport à x sera nulle)

Il reste le terme : $\frac{\partial Ez}{\partial z} = 0 \Rightarrow Ez = 0$ (La composante longitudinale est nulle)

Même chose pour Div $\vec{H} = 0$ (l'équation (4) de Maxwell)

et par conséquent : $\frac{\partial Hz}{\partial z} = 0 \Rightarrow Hz = 0$ (La composante longitudinale est nulle)

Comme la propagation est dans la direction des z alors : le champ E ne dépend que de z
Alors :

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ Ex & Ey & 0 \end{vmatrix} = -\mu\frac{d\left(Hx.\vec{i} + Hy.\vec{j}\right)}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{\partial Ey}{\partial z} = -\mu\frac{dHx}{dt} \Rightarrow \partial Ey = +\mu\frac{dHx}{dt}\partial z \\ +\frac{\partial Ex}{\partial z} = -\mu\frac{dHy}{dt} \Rightarrow \partial Ex = -\mu\frac{dHy}{dt}\partial z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \partial Ey = +\mu\frac{dHx}{dt}\partial z * \frac{dt}{dt} = +\mu\frac{dHx}{dt}.dt * \frac{\partial z}{dt} \Rightarrow \partial Ey = +\mu\frac{dHx}{dt}.dt * Vp = +\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.dHx \\ \text{Avec}: \frac{\partial z}{dt} = Vp = \frac{1}{\sqrt{\mu.\varepsilon}} : \text{Vitesse de propagation} \\ \partial Ex = -\mu\frac{dHy}{dt}\partial z * \frac{dt}{dt} = -\mu\frac{dHy}{dt}.dt * \frac{\partial z}{dt} \Rightarrow \partial Ex = -\mu\frac{dHy}{dt}.dt * Vp = -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.dHy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ey = +\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}Hx \\ Ex = -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}Hy \end{cases}$$

$$\text{D'où } \vec{E}.\vec{H} = Ex.Hx + Ey.Hy + Ez.Hz = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left(-Hy.Hx + Hx.Hy\right) = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{H}$$

2/- <u>Le champ électrique et magnétique appartiennent au plan d'onde.</u>
Le plan d'onde est le plan qui est perpendiculaire à la direction de propagation +oz donc c'est le plan (XOY).
Et comme E et H possèdent deux composantes respectivement (Ex, Ey) et (Hx, Hy), alors : E et H appartiennent au plan d'onde (XOY).

3/- <u>Le vecteur P=E∧H, possède une seule composante dans la direction de propagation (oz)</u> :

$$\vec{P} = \vec{E}\Lambda\vec{H}^* = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ Ex & Ey & 0 \\ Hx^* & Hy^* & 0 \end{vmatrix} = \underbrace{(Ex.Hy^* - Ey.Hx^*)}_{Pz}\vec{k} \text{ (dans la direction de propagation)}$$

Alors $\vec{P} = \vec{E}\Lambda\vec{H}^* = \underbrace{(Ex.Hy^* - Ey.Hx^*)}_{Pz}\vec{k}$ (est dans la direction de propagation)