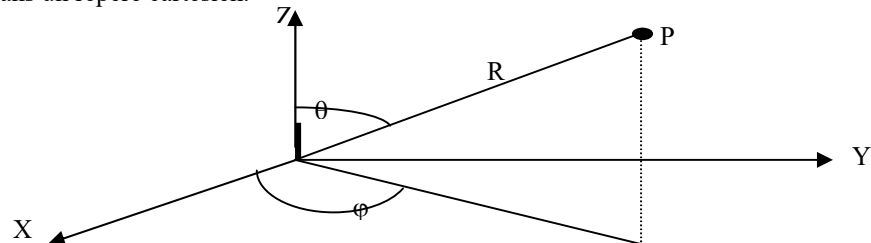


Travaux Dirigés N° 1 de la matière Antennes

Enseignant : D. BENATIA

EXERCICE –1

Soit un doublet électrique parcouru par un courant $I=I_0.e^{j\omega t}$. Le schéma suivant représente un doublet électrique placé dans un repère cartésien.

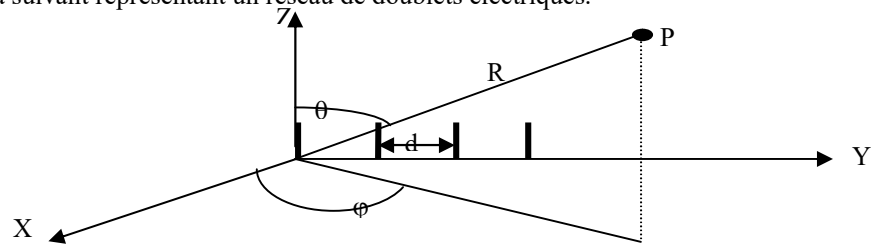


1/- Donner l'expression du champ électrique et du champ magnétique rayonnés au point P, en déduire l'expression de la fonction caractéristique. (Dans le cas du champ lointain)

2/- Trouver l'expression de la puissance du doublet rayonnée dans la direction R, en déduire celle de la puissance rayonnée dans tout l'espace ainsi que l'expression de la résistance de rayonnement du doublet.

EXERCICE –2

Soit le schéma suivant représentant un réseau de doublets électriques.

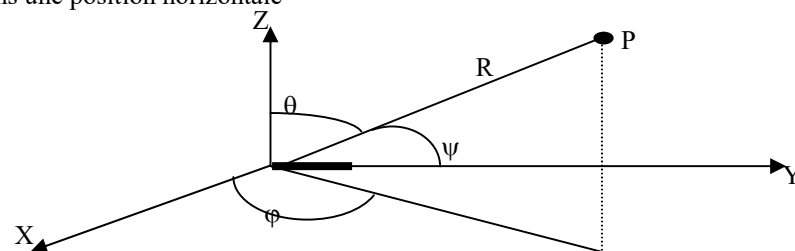


1/- On demande l'expression du champ total rayonné au point P. En déduire sa fonction caractéristique.

2/- Quelle sera sa nouvelle fonction caractéristique si le réseau de doublets est placé sur l'axe des X ?

EXERCICE –3

Soit un doublet dans une position horizontale



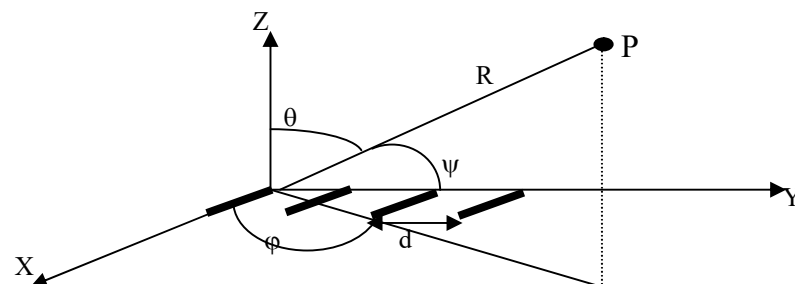
1/- On demande l'expression du champ rayonné au point P.

2/- Quelle sera sa nouvelle expression si le doublet est placé suivant X ?

3/- Quelle sera sa nouvelle expression si le doublet est placé suivant Z ?

EXERCICE –4

Soit la structure suivante formée par un réseau de doublets électriques



1/- On demande l'expression du champ total rayonné au point P. En déduire sa fonction caractéristique.

2/- Quelle sera sa nouvelle fonction caractéristique si le réseau de doublets est placé sur l'axe des Z ?

Solution

EXERCICE -1

1/- En champ lointain (zone de Fraunhofer) : cela suppose que $1/R^2$ tend vers zéro, alors :

$$\text{Champ électrique rayonné par un doublet : } \vec{E} = \frac{j \cdot Z_0 \cdot \vec{I} \cdot dz \cdot \sin\theta}{2\lambda R} \cdot e^{-j\beta R} \cdot \vec{e}_\theta$$

$$\text{Champ magnétique rayonné par un doublet : } \vec{H} = \frac{j \cdot \vec{I} \cdot dz \cdot \sin\theta}{2\lambda R} \cdot e^{-j\beta R} \cdot \vec{e}_\phi$$

- La fonction caractéristique est donnée par le rapport du champ sur le champ max :

2/- La puissance rayonnée par unité de surface qui en fait celle donnée par le vecteur Poynting :

$$F(\theta) = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}|_{\max}} = \sin\theta \text{ avec } -\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$$

$$P_{\text{Poynting}}(\theta, \phi) = \left| \frac{1}{2} \vec{E} \wedge \vec{H}^* \right| = \frac{1}{2} |\vec{E}| |\vec{H}| = \frac{1}{2} \frac{E^2}{Z_0}(\theta, \phi)$$

Dans le cas du doublet électrique $E(\theta, \phi) = E(\theta)$

- La puissance totale rayonnée (dans tout l'espace) sera donnée par :

$$P_R = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{E^2(\theta)}{Z_0} dS \quad \text{avec } dS = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sin(\theta) d\theta$$

$$P_R = \frac{80 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{dl}{\lambda} \cdot I_{\text{eff}}^2 \quad P_R = R_R \cdot I_{\text{eff}}^2$$

- A partir de l'expression précédente, en déduit l'expression de la résistance de rayonnement :

$$R_R = \frac{80 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{dl}{\lambda}$$

EXERCICE -2

1/- L'expression du champ total rayonné au point P

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \vec{E}_1 \cdot [1 + e^{jSy} + e^{2jSy} + e^{3jSy}] = \vec{E}_1 \cdot \frac{1 - e^{j4Sy}}{1 - e^{jSy}}$$

C'est la somme d'une suite géométrique d'ordre 4 et de raison e^{jSy}

Avec $Sy = \beta \cdot d \cdot \cos\psi = \beta \cdot d \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi$

Après développement :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 \cdot e^{j(3)/2 \cdot Sy} \left[\frac{\sin\left(4 \frac{Sy}{2}\right)}{\sin\left(\frac{Sy}{2}\right)} \right]$$

La fonction caractéristique :

$$f(\theta, \phi) = f(E_1) \left[\frac{\sin\left(4 \frac{Sy}{2}\right)}{\sin\left(\frac{Sy}{2}\right)} \right]$$

Où $f(E_1)$: la fonction caractéristique de l'antenne isolée dans l'espace : $f(E_1) = \sin\theta$

2/- Si le réseau est placé sur l'axe des X : Il suffit de remplacer Sy par $Sx = \beta \cdot d \cdot \cos\phi = \beta \cdot d \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi$

EXERCICE -3

1/- L'expression du champ rayonné par un doublet horizontale est :

$$\vec{E} = j \cdot \frac{Z_0 I \cdot dl \cdot \sin \psi e^{j\omega t}}{2 \cdot \lambda \cdot R} \cdot e^{-j\beta \cdot R} \cdot \vec{e}_\theta \text{ avec } \sin \psi = \sqrt{1 - (\sin \theta \cdot \sin \varphi)^2}$$

2/- Dans le cas où le doublet est suivant X : il suffit de remplacer ψ par ϕ :

$$\vec{E} = j \cdot \frac{Z_0 I \cdot dl \cdot \sin \phi e^{j\omega t}}{2 \cdot \lambda \cdot R} \cdot e^{-j\beta \cdot R} \cdot \vec{e}_\theta \text{ avec } \sin \phi = \sqrt{1 - (\sin \theta \cdot \cos \varphi)^2}$$

3/- Dans le cas où le doublet est suivant Z : il suffit de remplacer ψ par θ :

$$\vec{E} = j \cdot \frac{Z_0 I \cdot dl \cdot \sin \theta e^{j\omega t}}{2 \cdot \lambda \cdot R} \cdot e^{-j\beta \cdot R} \cdot \vec{e}_\theta$$

EXERCICE -4

1/- L'expression du champ total rayonné au point P

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \vec{E}_1 \cdot [1 + e^{jSy} + e^{2jSy} + e^{3jSy}] = \vec{E}_1 \cdot \frac{1 - e^{j4Sy}}{1 - e^{jSy}}$$

C'est une suite géométrique d'ordre 4 et de raison e^{jSy}

Avec $Sy = \beta \cdot d \cdot \cos \psi = \beta \cdot d \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi$

Après développement :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 \cdot e^{j(3)/2 \cdot Sy} \left[\frac{\sin\left(4 \frac{Sy}{2}\right)}{\sin\left(\frac{Sy}{2}\right)} \right]$$

La fonction caractéristique :

$$f(\theta, \varphi) = f(E_1) \left[\frac{\sin\left(4 \frac{Sy}{2}\right)}{\sin\left(\frac{Sy}{2}\right)} \right]$$

Où $f(E_1)$: la fonction caractéristique de l'antenne isolée dans l'espace.

$$f(E_1) = \sin \phi \text{ avec } \sin \phi = \sqrt{1 - (\sin \theta \cdot \cos \varphi)^2}$$

2/- Si le réseau est placé sur l'axe des Z : Il suffit de remplacer Sy par $Sz = \beta \cdot d \cdot \cos \theta$

$$f(E_1) = \sin \theta$$