



Formulaire

Mécanique classique



Table des matières :

1 Analyse dimensionnelle

En mécanique, la dimension $[\psi]$ d'une variable ψ dépend des unités de mesure fondamentales (masse, longueur et temps) :

$$[\psi] = (\text{masse})^a \times (\text{longueur})^b \times (\text{temps})^c = M^a L^b T^c$$

où a , b et c sont des exposants qui caractérisent la nature de la variable considérée ψ , et indiquent les unités dans lesquelles s'exprime ψ .

Toute relation doit être *dimensionnellement homogène*, sinon elle est incorrecte.

Astuce :

- On ne peut additionner deux termes que si ils ont la même dimension (on n'additionne ou ne soustrait jamais des kg à des m.s^{-1} par exemple)
- Pour rendre un terme adimensionnel on doit faire en sorte d'obtenir $M^0 L^0 T^0$, donc $[\psi]=1$
- Un angle est toujours adimensionnel, de même l'argument d'une exponentielle doit toujours être adimensionnel !

2 Unités et dimensions

En physique, les valeurs sont exprimées en unités du Système International (SI). À chaque unité correspond une dimension (voir 1. Analyse dimensionnelle). Voici un tableau reprenant les unités du SI :

Variable	Exposants des dimensions $M^a L^b T^c$			Unité du SI	Symbole	équivalent
	a	b	c			
masse	1	0	0	kilogramme	kg	
longueur	0	1	0	mètre	m	
temps	0	0	1	seconde	s	
vitesse	0	1	-1	mètre/seconde	m.s^{-1}	
accélération	0	1	-2	Mètre/seconde ²	m.s^{-2}	
force	1	1	-2	Newton	N	kg.m.s^{-2}
travail, énergie	1	2	-2	Joule	J	$\text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}$
puissance	1	2	-3	Watt	W	$\text{kg.m}^2.\text{s}^{-3}$
fréquence	0	0	-1	Hertz	Hz	s^{-1}

3 Cinématique

La *cinématique* décrit les mouvements indépendamment de leurs causes.

Le mouvement rectiligne uniforme

Le *mouvement rectiligne uniforme* (ou MRU) est le mouvement d'un objet ou d'une particule se déplaçant selon une trajectoire en ligne droite *sans accélération* ($a = 0$).

Dans le MRU :

- L'accélération vaut 0 m.s^2
- La vitesse est constante (puisque'il n'y a pas d'accélération)
- L'espace parcouru est une fonction linéaire du temps

Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

Le *mouvement rectiligne uniformément accéléré* (ou MRUA) est le mouvement d'un objet ou d'une particule se déplaçant en ligne droite avec une *accélération constante* ($a = k$).

Dans le MRUA :

- L'accélération est constante
- La vitesse est une fonction linéaire du temps
- L'espace parcouru est une fonction quadratique du temps

Points communs

Tant pour le MRU que pour le MRUA, les propriétés suivantes sont vérifiées :

- La vitesse en fonction du temps est la dérivée de la position en fonction du temps
- L'accélération est la dérivée de la vitesse en fonction du temps
→ L'accélération est donc la dérivée seconde de la position en fonction du temps
- La vitesse en fonction du temps est l'intégrale de l'accélération en fonction du temps
- La position en fonction du temps est l'intégrale de la vitesse en fonction du temps
→ La position en fonction du temps est donc la double intégrale de l'accélération

Formules

<u>MRU</u>	<u>MRUA</u>
$a=0$	$a=\text{constante}$
$v(t)=v_0$	$v(t)=v_0+at$
$X(t)=X_0+v_0t$	$X(t)=X_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$

a = accélération

$v(t)$ = vitesse en fonction du temps

v_0 = vitesse initiale

$X(t)$ = position en fonction du temps

X_0 = position initiale

4 Chute libre

La chute libre est un cas particulier du MRUA (voir 3. Cinématique) où l'accélération est plus ou moins égale à 10 m.s^{-2} (sa valeur exacte fluctue en fonction de l'endroit où l'on se situe). C'est l'accélération gravitationnelle, notée g .

On peut dégager les formules suivantes pour la chute libre :

- Accélération : $a = g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$
- Vitesse en fonction du temps : $v(t) = v_0 - g t$
- Position en fonction du temps : $X(t) = X_0 + v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

Astuce :

- Pour faciliter la résolution des problèmes liés à la chute libre il faut diviser le mouvement en un déplacement horizontal (qui est généralement un MRU si on ne prend pas en compte la résistance du milieu) et en un déplacement vertical (qui est un MRUA dont l'accélération vaut g).

5 Lois de Newton

Première loi de Newton

« Tout corps conserve son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins que des forces extérieures ayant une résultante non-nulle n'agissent sur lui et le contraignent à changer d'état. »

Deuxième loi de Newton

La résultante des forces agissant sur une particule est le produit de la masse de cette particule et de l'accélération qu'elle subit : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ Le poids est la force due à l'accélération de la pesanteur, donc : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

Troisième loi de Newton

La troisième loi de Newton est énoncée comme suit : $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

\vec{F}_{AB} étant la force exercée par l'objet B sur l'objet A et \vec{F}_{BA} étant la force exercée par l'objet A sur l'objet B

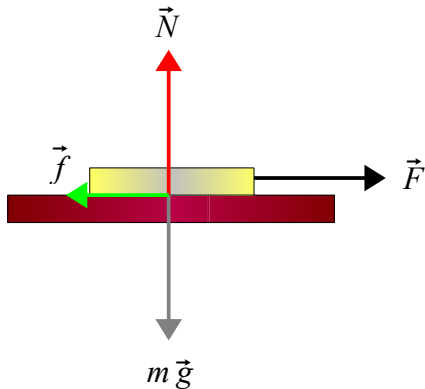
Cette loi concerne les objets en contact direct ainsi que les objets placés à une certaine distance l'un de l'autre.

Il est nécessaire de savoir décomposer des forces et de prendre en compte toutes les forces en présence pour résoudre les problèmes liés aux lois de Newton.

6 Frottement

Frottement solide-solide

Lorsque l'on tente de déplacer un solide sur une surface, une force de **frottement statique** s'y oppose. Lorsque la force est d'une intensité suffisante, alors le solide se met en mouvement et une force de **frottement cinétique**, \vec{f} , dirigée dans le sens opposé à la vitesse existe (voir schéma ci-dessous).



La force de frottement cinétique est :

- proportionnelle à la charge (c'est-à-dire la force normale à la surface de contact)
- indépendante de l'aire de contact
- indépendante de la norme de la vitesse

Tant que la force exercée sur le corps n'atteint pas $\mu_s |\vec{N}|$, la force de **frottement statique** s'adapte pour maintenir l'équilibre statique. Ceci est traduit par la relation suivante :

$$|\vec{f}_s| \leq \mu_s |\vec{N}| \quad \text{où } \mu_s \text{ est le coefficient de frottement statique, adimensionnel}$$

Dès que le corps est en mouvement, la force de **frottement cinétique** vaut :

$|\vec{f}_c| = -\mu_c |\vec{N}| \vec{u}_v$ où μ_c est le coefficient de frottement cinétique, adimensionnel, et le vecteur unitaire \vec{u}_v est parallèle à la vitesse

En général on a : $\mu_c < \mu_s$

Sur plan incliné

On a $\sum F_y = 0 = \vec{N} + m\vec{g}_\perp$

Or $m\vec{g}_\perp = \cos\theta m\vec{g}$ et donc $\vec{N} = \cos\theta m\vec{g}$ et $N = mg \cos\theta$

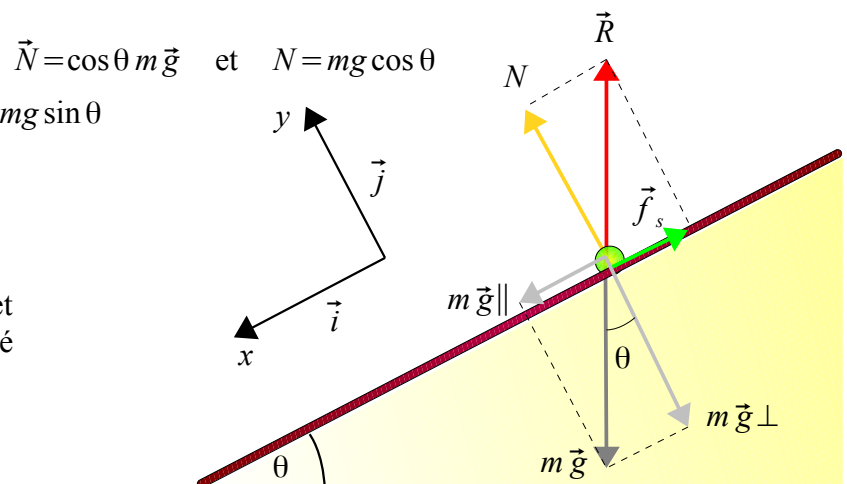
De même, on peut déduire $f_s = mg \sin\theta$

On substitue et on obtient :

$$\frac{f_s}{N} = \frac{mg \sin\theta}{mg \cos\theta} = \tan\theta \leq \mu_s$$

L'angle maximal pour qu'un objet reste en équilibre est donc donné par : $\tan\theta_{crit} = \mu_s$

$$\theta_{crit} = \arctan \mu_s$$



Frottement

Travail, puissance, énergie

Dynamique des systèmes

Mouvement circulaire

Annexe

- Un **angle** s'exprime en *radians* et non en degrés : $\theta = \frac{l}{r}$

adimensionnel : $[\theta] = \frac{[l]}{[r]} = \frac{L}{L} = 1$ Remarque : $0 \leq \theta \leq 2\pi$

- La **dérivée** de la fonction s pour toute valeur de la variable indépendante s est donnée par la relation suivante :

$$f'(s) = \frac{df(s)}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{f(s + \Delta s) - f(s)}{\Delta s} \quad \text{dimension : } \left[\frac{df}{ds} \right] = \frac{[f]}{[s]}$$

- Les grandeurs de base de la mécanique (position, vitesse, accélération, force), sont des vecteurs.